

JAKUB RÓG*

PROBLEM OPERACJONIZMU Z DEFINICJĄ CZASU W MECHANICE KWANTOWEJ**

Abstract

A PROBLEM OF OPERATIONALISM WITH THE DEFINITION OF TIME IN QUANTUM MECHANICS

Bridgman's operationalism imposes a set of methodological requirements on its proponents, which become untenable when applied to the definition of time within the formalism of non-relativistic quantum mechanics. This paper explores the operational definition of time and investigates how far it can be aligned with the core principles of operationalism. To this end, Busch's (2008) framework, which distinguishes three roles of time in the quantum mechanical formalism, is employed. One of these roles introduces demands that operationalism cannot meet without compromising its essential principles. As a result, it seems reasonable to conclude that operationalism and quantum mechanics are incompatible (at least in the context of the problem of time in quantum mechanics).

Keywords: operationalism, Percy Bridgman, operational definition, time, problem of time, quantum mechanics

WPROWADZENIE

Miarą sukcesu operacjonizmu Percy'ego Bridgmana jest bez wątpienia ciągle trwająca dyskusja na temat jego roli w naukach szczegółowych. Mimo upływu niemal stu lat od pierwszego wydania w 1927 r. *Logiki współczesnej fizyki* nadal formułowane są nowe ujęcia operacyjnego nadawania znaczeń pojęciom naukowym. W ostatnich latach dobrym przykładem takiego świeżego spojrzenia na

* Uniwersytet Warszawski, Wydział Filozofii, ul. Krakowskie Przedmieście 3, 00-927 Warszawa, e-mail: j.rog2@uw.edu.pl, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8032-128X>.

** Dziękuję prof. Tomaszowi Bigajowi za cenne wskazówki podczas redakcji tekstu oraz anonimowym recenzentom za wartościowe sugestie i uwagi.



operacjonizm jest „operacjonizm pełen szacunku” Eliny Vessonen (2021), który ze względu na swój ścisły związek z psychologią jest raczej alternatywą wobec prac psychologa Stanleya Stevensa niż Bridgmana. Jest to zarazem interesujący przykład porażki Bridgmana, który za cel obrał sobie sformułowanie uniwersalnego programu metodologicznego mającego znaleźć zastosowanie we wszystkich dyscyplinach naukowych.

Innego rodzaju wyzwaniem dla operacjonizmu, jeszcze w czasie, w którym Bridgman na bieżąco odpowiadał na krytykę tego kierunku, były konsekwencje wynikające z postulatów mechaniki kwantowej. Jak sam zauważył: „należałoby oczekiwać, że przy ponownym pisaniu [*Logiki współczesnej fizyki*] największe zmiany zaszyby w odniesieniu do zjawisk kwantowych”¹ (Bridgman 1959a: 519).

Z jednej strony zatem operacjonizm pozostaje aktualnym kierunkiem w filozofii nauki (nawet jeśli przedstawiciele konkretnych nauk szczegółowych różnią się w jego rozumieniu), a z drugiej ciągle próbuje się pogodzić jego postulaty z postulatami mechaniki kwantowej. Przykładem problemów z tym związanych może być próba operacyjnego zdefiniowania pojęcia czasu w formalizmie nierelatywistycznej mechaniki kwantowej. Okazuje się, że nie jest to możliwe bez odejścia od fundamentalnych postulatów operacjonizmu.

W artykule wykazuję, że sformułowanie operacyjnej definicji czasu w ramach teorii kwantowej jest niezgodne z postulatami operacjonizmu Bridgmana. W tym celu po omówieniu postulatów operacjonizmu (część 1) analizuję sposób definiowania czasu w formalizmie nierelatywistycznej mechaniki kwantowej zgodnie z podziałem zaproponowanym przez Paula Buscha (2008) (część 2). Słuszność tego rozróżnienia na czas zewnętrzny, wewnętrzny i obserwowalny nie będzie przedmiotem moich rozważań, ponieważ jest on wystarczająco ugruntowany w literaturze przedmiotu. Równocześnie z tym omówieniem przedstawiam propozycje operacyjnych definicji tych pojęć, co pozwoli przeanalizować je pod kątem zgodności z postulatami operacjonistów (część 3). Na tej podstawie formułuję, a następnie omawiam problem związany z jedną z nich. W rezultacie wykazuję, że operacjonizm Bridgmana nie jest właściwym sposobem definiowania pojęć używanych w mechanice kwantowej (a w każdym razie, nie wszystkich).

¹O ile nie zaznaczono inaczej, wszystkie tłumaczenia pochodzą od autora.

1. ZARYS OPERACJONIZMU BRIDGMANA

Choć operacjonizm został sformułowany przez Bridgmana w 1927 r., to już znacznie wcześniej można wskazać liczne przykłady przedstawicieli nauki wyznających w zasadzie paradygmat operacyjny. Dopiero jednak Bridgman przedstawił systematyczny zarys konkretnego kierunku w filozofii nauki.

Operacjonizm spotkał się dość szybko z krytyką podobną do tej, której poddane zostały inne neopozytywistyczne kierunki w filozofii nauki. W przeciwieństwie jednak do nich operacjonistom udało się osiągnąć pewne sukcesy. W odniesieniu do psychologii należy wskazać prace Stevensa (1935). W latach 30. ubiegłego wieku opublikował cykl artykułów przedstawiających program metodologiczny, który nazwał również operacjonizmem. Mimo zauważalnych podobieństw ze stanowiskiem Bridgmana, istnieją również między nimi rozbieżności², a sprawą dyskusyjną pozostaje, na ile Stevens, publikujący później niż Bridgman, inspirował się faktycznie jego pracami (Koch 1992). Niezależnie od tego silne wpływy paradygmatu operacyjnego można znaleźć również w innych dyscyplinach, jak na przykład socjologii czy ekonomii.

POSTULATY OPERACJONIZMU

Zdaniem autora operacjonizmu każdy termin naukowy powinien zostać zdefiniowany na sposób operacyjny, tzn. przez podanie procedury pozwalającej jednoznacznie zastosować dane pojęcie. Można wyróżnić trzy typy definicji spełniających ten warunek: (i) pomiarową (ilościową), polegającą na zmierzeniu odpowiedniej wielkości fizycznej; (ii) eksperymentalną (jakościową), która prowadzi do doświadczalnego rozstrzygnięcia, czy badany przedmiot jest desygnatem nazwy; (iii) wytwórczą, tworzącą właściwy desygnat zgodnie z instrukcją zawartą w definicji operacyjnej.

Na przykład kwas może zostać operacyjnie zdefiniowany jako ciecz, której zmierzone pH jest mniejsze niż 7 (definicja typu (i)) lub w której zanurzony papierek lakmusowy barwi się na czerwono (typ (ii)) (Przełęcki 1955: 132). Alternatywnie kwas to substancja wytworzona w wyniku rozpuszczenia tlenku odpowiedniego niemetalu w wodzie (iii). Wątpliwości niektórych zwolenników operacjonizmu budzi to, czy te trzy typy definicji są równoważne. Stoi za nimi potrzeba ochrony przed błędem w postaci „kwas nie jest kwasem”, czego przykładem może być próba

²Różnice między stanowiskami obydwu autorów omawia szczegółowo Ribes-Iñesta (2003).

operacyjnego stwierdzenia, czy woda, w której rozpuszczono tlenek niemetalu, a następnie wiano odrobinę zielonej farby, faktycznie jest kwasem. Zgodnie z definicją typu (ii) ta ciecz nie jest kwasem (barwa zielona papierka lakmusowego), choć równocześnie na podstawie kryterium (iii) należy orzec przeciwnie. Wbrew pierwotnym zamierzeniom Bridgmana wielu zwolenników operacjonizmu uznaje jednak argumenty praktyczne przemawiające za równoważnością różnych typów definicji operacyjnych. Dodatkowo Bridgman postulował, aby wszystkie terminy naukowe były definiowane na sposób operacyjny.

W tym miejscu należy wspomnieć, że istnieje zasadnicza trudność w precyzyjnym określeniu, czym obecnie jest operacjonizm, ponieważ od niemal samego początku był on poddawany krytyce, na którą Bridgman i jego zwolennicy na bieżąco odpowiadali. Niemniej oba wspomniane postulaty wyznaczają to, co na przestrzeni ostatniego wieku nazywano operacjonizmem. Na marginesie warto dodać, że szczegółowe omówienie obu postulatów można znaleźć u innych autorów (por. Grace 2001, Róg 2023).

2. OPERACYJNA DEFINICJA CZASU W FORMALIZMIE MECHANIKI KWANTOWEJ

Zgodnie z drugim postulatem operacjonizmu pojęcie może być stosowane w kontekście naukowym dopiero po podaniu jego definicji operacyjnej. Niżej omawiam próby operacyjnego definiowania czasu w formalizmie mechaniki kwantowej w trzech różnych kontekstach (albo *rolach*, jak nazywa je Busch).

2.1. CZAS ZEWNĘTRZNY

Podstawowym równaniem nierelatywistycznej mechaniki kwantowej jest równanie Schrödingera, będące równaniem dynamiki układu kwantowego:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(x, t) = \hat{H} \Psi(x, t),$$

gdzie: i – jednostka urojona, $\Psi(x, t)$ – funkcja falowa reprezentująca stan układu, \hat{H} – Hamiltonian, operator energii całkowitej.

W tym równaniu zmienna czasowa t jest jedynie parametrem niezwiązanym z badanym układem fizycznym (Aharonov, Bohm 1961: 1649). Innym przykładem takiego traktowania czasu jest operator ewolucji stanu kwantowego, który

w przypadku Hamiltonianu zależnego od czasu definiowany jest następująco:

$$\hat{U}(t, t_0) = \mathcal{T} e^{-\frac{i}{\hbar} \int_{t_0}^t \hat{H}(\tau) d\tau}, \quad (1)$$

gdzie: $\hat{U}(t, t_0)$ – operator ewolucji czasowej, \mathcal{T} – operator czasowego porządku Dysona.

OPERACYJNA DEFINICJA CZASU

Jeśli przyjmiemy, że zmienna czasowa jest jedynie parametrem, to do jej wyznaczenia obserwator powinien odwołać się do wskazań zegara laboratoryjnego, który nie jest powiązany z badanym układem. Zatem z operacyjnego punktu widzenia czas to wynik pomiaru przeprowadzonego za pomocą zegara (laboratoryjnego).

OGRANICZENIA

Z takim ujęciem związane są istotne ograniczenia. Po pierwsze, czas w formalizmie teorii zostaje wyróżniony spośród innych wielkości fizycznych, które reprezentowane są odpowiednimi operatorami. Jest to o tyle dyskusyjne, że brak jest ku temu wyróżnieniu podstaw (Bauer 1983, Halvorson 2010). W związku z tym relacja nieoznaczoności energii i czasu, jedna z fundamentalnych nierówności mechaniki kwantowej, wymaga innego uzasadnienia niż pozostałe relacje nieoznaczoności, które wynikają z nierówności Robertsona (1929). Takie uzasadnienie zaproponowano znacznie później, choć kwestią sporną pozostaje interpretacja tej relacji (Anderson 2017: 61).

Druga wątpliwość dotyczy analizy zjawisk kwantowych niemających odpowiednika klasycznego (Horwitz 2006). Przykładem może być czas tunelowania albo wyjaśnienie rzekomego złamania zasady zachowania energii w przypadku pomiarów równoczesnych (Peres 1980, Gisin, Cruzeiro 2018). Okazuje się, że dodatkowym źródłem energii w takich układach może być podukład odpowiedzialny za wyznaczanie równoczesności. Musi zatem być on połączony dynamicznie z badanym układem, co oznacza, że odwołanie się wyłącznie do wskazań zegara laboratoryjnego jest niewystarczające.

Ze względu na te ograniczenia poszukuje się innych sposobów reprezentowania czasu w formalizmie mechaniki kwantowej.

2.2. CZAS WEWNĘTRZNY

Z punktu widzenia mechaniki klasycznej pomiar czasu to właściwie obserwowanie zmiany wybranej wielkości fizycznej (Das, Struyve 2021). Może nią być na przykład położenie wskazówki na tarczy zegara lub ilość piasku w górnej części klepsydry. Jeśli zmiana zachodzi cyklicznie, to wielkość fizyczna odgrywa rolę wzorca częstotliwości, choć nie jest to konieczne do mówienia o zegarze rozumianym jako urządzenie wyznaczające upływ czasu.

Z perspektywy mechaniki klasycznej w zasadzie każda obserwabla może pełnić funkcję miary upływu czasu, o ile układ nie znajduje się w stanie stacjonarnym. Relacja nieoznaczoności energii i czasu zbudowana na tym spostrzeżeniu została zaproponowana przez Mandelstama i Tamma (1991):

$$\Delta\hat{H}\Delta\tau_{\hat{O}} \geq \frac{\hbar}{2},$$

gdzie: $\Delta\hat{H}$ – nieoznaczoność pomiaru energii, \hat{O} – obserwabla wyznaczająca upływ czasu, $\Delta\tau_{\hat{O}} = \frac{\Delta\hat{O}}{\left|\frac{d}{dt}\langle\hat{O}\rangle\right|}$ – czas potrzebny do zmiany \hat{O} o wielkość równą odchyleniu standardowemu³.

Nierówność ta wyraża związek niepewności pomiaru całkowitej energii układu z czasem potrzebnym do zmiany wartości średniej obserwabli o wielkość równą odchyleniu standardowemu.

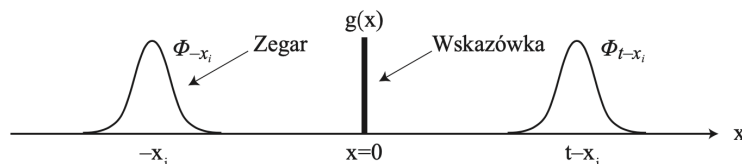
OPERACYJNA DEFINICJA CZASU

Podukład odpowiedzialny za wyznaczanie upływu czasu w ten sposób nazywany jest zegarem kwantowym. Operacyjna definicja przybiera postać podobną do przypadku czasu zewnętrznego, czyli czas to wielkość wyznaczana zegarem kwantowym.

Fock i Krylov (1947) zaproponowali jeden z pierwszych modeli takiego zegara działającego w oparciu o pomiar położenia cząstki. W tym modelu czas trwania ruchu cząstki swobodnej przyrównany jest do zmiany jej położenia, tj. przejście cząstki w pobliżu detektora zatrzymuje pomiar czasu (por. Rysunek 1). Warto zwrócić uwagę, że przy odpowiednio dobranych jednostkach zapis „t-x” jest sen-

³Warto zwrócić uwagę, że mianownik odwołuje się do czasu zewnętrznego (d/dt – pochodna po czasie zewnętrznym), co może rodzić dodatkowe trudności interpretacyjne.

sowny i równy czasowi trwania ruchu. Podobnym przykładem zegara kwantowego



Rysunek 1. Model zegara kwantowego. Cząstka swobodna („zegar”) porusza się po prostej. Wykrycie jej przejścia w pobliżu detektora („wskazówki”) oznacza zatrzymanie pomiaru czasu.

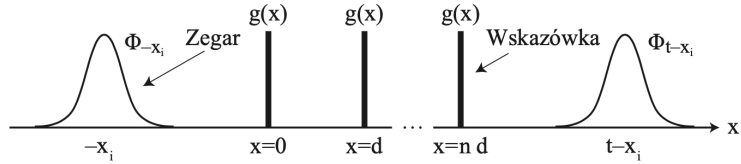
opierającego się na pomiarze innej wielkości fizycznej jest zegar kwantowy Larmora, w którym precesja spinu w polu magnetycznym jest miarą upływu czasu. Jest to przykład zegara, który zdaniem niektórych pozwala na pomiar czasu tunelowania kwantowego (Field 2022: 57).

OGRANICZENIA

W przeciwieństwie do zegara klasycznego zegary kwantowe mają pewne nieoczywiste własności. Po pierwsze, do pojedynczego układu kwantowego można włączyć kilka zegarów kwantowych, których działanie oparte jest na pomiarze różnych wielkości fizycznych. Każdy z takich zegarów charakteryzuje się swoją własną niepewnością pomiaru czasu ograniczoną przez odpowiednią relację nieoznaczoności. I tak dla zegara Larmora niepewność pomiaru będzie związana z relacją nieoznaczoności pomiaru spinu wzdłuż wybranej osi, a dla zegara, którego miarą upływu czasu jest zmiana położenia cząstki, będzie to relacja nieoznaczoności położenia i pędu. Z tej perspektywy pewną trudność stanowi uznanie równoważności różnych pomiarów czasu, skoro ich wskazania mogą się od siebie istotnie różnić, co wynika z odpowiednich relacji nieoznaczoności. W kontekście mechaniki klasycznej oczekuje się raczej zbieżności wyników pomiaru czasu.

Ponadto faktyczny pomiar zegarem kwantowym nigdy nie będzie idealny, ponieważ istnieje niezerowe prawdopodobieństwo, że cząstka wyznaczająca upływ czasu w momencie przejścia w pobliżu detektora się od niego odbije albo minie go bez uruchomienia. Aby zwiększyć prawdopodobieństwo poprawnego odczytu, należy zwiększyć liczbę detektorów w układzie (Aharonov, Oppenheim, Popescu, Reznik, Unruh 1998: 56-57), co z kolei może wpłynąć na jego późniejszą ewolu-

cję (tzw. kwantowy efekt Zenona, por. Misra, Sudarshan 1976). Model takiego przykładowego pomiaru przedstawia Rysunek 2.



Rysunek 2. Model pomiaru czasu z wykorzystaniem wielu wskazówek rozstawionych w równych odstępach.

Do każdego rozpatrywanego układu fizycznego należy właściwie dobrać obserwabłę, która będzie odpowiadała za wyznaczanie upływu czasu. Podstawowym argumentem za wyborem konkretnej obserwabli będą przede wszystkim względy praktyczne, przy czym należy mieć na uwadze wpływ niepewności pomiaru wynikającej z relacji nieoznaczoności. Z operacyjnego punktu widzenia stanowiskiem znacznie bardziej uzasadnionym niż w przypadku mechaniki klasycznej byłby pogląd, że w badanym układzie czas można mierzyć za pomocą *różnych* zegarów kwantowych, które pozwalają definiować *niekoniecznie to samo* pojęcie. Takie stanowisko, choć zgodne z pracami Bridgmana⁴, stało się jedną z osi krytyki operacjonizmu.

2.3. CZAS WIELKOŚCIĄ MIERZALNĄ

Trzecim, a zarazem najbardziej naturalnym sposobem traktowania czasu w formalizmie mechaniki kwantowej jest przyjęcie, że jest on wielkością mierzalną. Zgodnie z postulatami mechaniki kwantowej wszystkie wielkości mierzalne są reprezentowane operatorami hermitowskimi (samosprzężonymi), a zatem zagadnienie ujęcia czasu jako obserwabli redukuje się do problemu możliwości zdefiniowania operatora czasu.

⁴Dla autora operacjonizmu różne operacje definiują różne pojęcia, przy czym on sam rozumiał ten postulat skrajnie.

OPERACYJNA DEFINICJA CZASU

Przyjmując, że zdefiniowano operator czasu \hat{T} , operacyjna definicja czasu będzie brzmiała następująco: czas to jest to, co jest reprezentowane operatorem czasu \hat{T} . W zależności od potrzeby wynikiem działania tego operatora może być na przykład średni czas trwania jakiegoś zjawiska kwantowego (czas życia stanu).

Ten typ definicji jest przykładem operacji nazwanej przez Bridgmana *paper-and-pencil* (1959b), tj. nieinstrumentalnej operacji pozwalającej definiować pojęcia teoretyczne, szczególnie istotne w naukach formalnych.

OGRANICZENIA

Fundamentalnym ograniczeniem takiego ujęcia czasu jest brak możliwości zdefiniowania operatora czasu, który byłby zgodny z postulatami mechaniki kwantowej (Busch, Grabowski, Lahti 2009: 77-82). Trudność ta została wyrażona przez Pauliego (1980) w następujący sposób :

W starszej literaturze dotyczącej mechaniki kwantowej często spotykamy operatorowe równanie $Ht - tH = \frac{\hbar}{i}I$, które formalnie wynika z (8.6) poprzez podstawienie t zamiast F . Ogólnie nie jest jednak możliwe skonstruowanie hermitowskiego operatora (np. jako funkcji p i q), który spełniałby to równanie. Dzieje się tak, ponieważ z powyższej relacji komutacji wynika, że H ma wszystkie wartości własne w sposób ciągły, od $-\infty$ do $+\infty$, podczas gdy z drugiej strony wartości własne H mogą być dyskretne. W związku z tym wnioskujemy, że wprowadzenie operatora t jest zasadniczo zabronione, a czas t musi być koniecznie traktowany jako zwykła liczba („c-liczba”) w mechanice kwantowej.

Istnieje wiele dowodów tego stwierdzenia. Niżej przedstawiam je w uproszczonej formie za Galaponem (2002a).

Niech \hat{H} będzie hermitowskim operatorem w przestrzeni Hilberta, z którym kanonicznie sprzężony jest hermitowski operator czasu \hat{T} . Dla każdego hermitowskiego ograniczonego operatora \hat{T} można zdefiniować następujący odpowiadający mu operator unitarny:

$$\hat{U} = e^{-i\beta\hat{T}},$$

gdzie: β - dowolna liczba rzeczywista.

Rozwinięcie tego operatora w szereg:

$$\hat{U} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-i\beta)^k}{k!} \hat{T}^k$$

pozwała obliczyć komutator operatora \hat{U} i Hamiltonianu \hat{H} :

$$[\hat{U}, \hat{H}] = -\beta\hat{U}.$$

Teraz już łatwo można zauważyć, że jeśli wektor $|f\rangle$ jest wektorem własnym Hamiltonianu z wartością własną E , to jest nim również wektor $\hat{U}|f\rangle$ z wartością własną $E + \beta$:

$$\hat{H}\hat{U}|f\rangle = \underbrace{(\hat{U}\hat{H} + \beta\hat{U})}_{\text{z relacji komutacji}}|f\rangle = (E + \beta)\hat{U}|f\rangle.$$

Oznacza to, że widmo Hamiltonianu jest ciągle i nieograniczone ze względu na to, że parametr β jest dowolną liczbą rzeczywistą. Przyjmuje się jednak, że widmo Hamiltonianu układów fizycznych musi być ograniczone od dołu, ponieważ w przyrodzie nie występują układy fizyczne o ujemnej energii⁵. W konsekwencji dla Hamiltonianu, którego widmo jest dyskretne albo ograniczone od dołu, nie można zdefiniować kanonicznie sprzężonego z nim operatora \hat{T} , który spełniałby kryterium hermitowskości.

Pewną formą rozwiązania problemu jest definiowanie operatorów czasu, które znajdują zastosowanie wyłącznie w konkretnych układach kwantowych, na przykład dla czasu przelotu cząstki swobodnej (*time of arrival operator*). Z tym podejściem związane są trzy problemy, które tu tylko sygnalizuję:

1. Operatory tego typu nie spełniają wszystkich postulatów mechaniki kwantowej, a zatem aby móc je zdefiniować, należy zrezygnować z któregoś z nich. Jest to postępowanie mocno dyskusyjne.

⁵Stwierdzenie Pauliego o niemożliwości zdefiniowania operatora czasu spełniającego kryteria mechaniki kwantowej, w tym jego uzasadnienie, poddawane jest krytyce m.in. przez Wanga, Chena i Xionga (2003) i Hilgevoorda (2002). Wang i współautorzy twierdzą, że argument Pauliego wynika z błędnego założenia, że operator czasu \hat{T} jest sprzężony kanonicznie z Hamiltonianem \hat{H} , podczas gdy faktycznie – ich zdaniem – jest sprzężony z operatorem $i\partial t$. Hilgevoordowi wystarczy, by badany układ nie miał fizycznej możliwości pobierania energii w sposób nieograniczony, aby uznać argument Pauliego za możliwy do pominięcia. Zdaniem Hilgevoorda układ izolowany spełnia ten warunek.

2. Czasami definicja jednostkowego operatora czasu jest niejednoznaczna, co wprowadza element arbitralności w wyborze między dwoma *teoretycznie równie dobrymi* formułami⁶.
3. Zdefiniowanie takiego jednostkowego operatora czasu nie zawsze jest możliwe, przy czym nie ma metody oceny, czy dla konkretnego Hamiltonianu \hat{H} jest to dopuszczalne.

3. TRUDNOŚĆ OPERACYJNEGO ZDEFINIOWANIA CZASU

W części drugiej przeprowadziłem analizę operacyjną pojęcia czasu w kontekście trzech ról, które zdaniem Buscha odgrywa on w formalizmie teorii. Pokazałem również, jak taka operacyjna definicja czasu mogłaby wyglądać. W tej części propozycje te analizuję pod kątem zgodności z postulatami operacjonizmu.

3.1. WARUNKI OPERACYJNOŚCI DEFINICJI

Zgodnie z postulatem operacjonizmu „pojęcie jest synonimem odpowiadającym zbiorowi operacji” (Bridgman 1958: 5), co znaczy, że definicja ma charakter operacyjny, gdy jest opisem operacji pozwalających uchwycić dane pojęcie na jeden z trzech omówionych wcześniej sposobów: ilościowo, jakościowo albo przez wytworzenie desygnatu. Dodatkowo taki opis musi być jednoznaczny (Bridgman 1958: 6):

⁶Przykładowy operator czasu przelotu cząstki swobodnej można zdefiniować następująco (Wang, Xiong 2007):

$$\hat{T} = -\frac{m}{2}(\hat{p}^{-1}\hat{x} + \hat{x}\hat{p}^{-1}). \quad (2)$$

Łatwo sprawdzić, że tak zdefiniowany operator czasu przelotu jest kanonicznie sprzężony z Hamiltonianem cząstki swobodnej $\hat{H} = \hat{p}^2/2m$. W tym przypadku argument Pauliego nie znajduje zastosowania, ponieważ widmo Hamiltonianu nie jest ograniczone od dołu. Alternatywne sformułowanie tego operatora można znaleźć w (Grot, Rovelli, Tate 1996):

$$\hat{T} = -m \frac{1}{\sqrt{\hat{p}}} \hat{x} \frac{1}{\sqrt{\hat{p}}}.$$

Problematyka zdefiniowania operatora przelotu oraz jego własności jest szeroko poruszana w literaturze (por. Galapon 2002a, Galapon 2002b, Razavy 1971, Kijowski 1974, Delgado, Muga 1997, Werner 1987, Kochański, Wódkiewicz 1999, Leavens 2002, Giannitrapani 1997, Muga, Leavens 2000, Eguisquiza, Muga, Baute 2008, Muga, Leavens, Palao 1998).

Musimy żądać, aby zbiór operacji równoważny jakiemuś pojęciu był jednoznacznym zbiorem, gdyż w przeciwnym wypadku istnieje możliwość niejednoznaczności w praktyce działania, na którą nie możemy pozwolić.

Z drugiego postulatu operacjonizmu przedstawionego w części 1.1 (tj. kryterium demarkacyjnego) wynika, że dopiero po podaniu operacyjnej definicji jakiegoś pojęcia może być ono uznane za naukowe. Warto jednak postawić pytanie, czy propozycje pojęcia czasu omówione w poprzednim paragrafie mają charakter naukowy.

3.2. ANALIZA TRZECH PROPOZYCJI DEFINICJI CZASU

Spśród trzech sposobów reprezentowania czasu w formalizmie mechaniki kwantowej wyłącznie traktowanie czasu jako parametru pozwala bezproblemowo podać operacyjną definicję czasu. Wynika to po części z faktu, że nierelatywistyczna mechanika kwantowa ujmuje czas na sposób absolutny. Z tego względu występuje analogia z klasycyzmomechaniczną definicją operacyjną.

Galapon 2002b Tej analogii nie można dostrzec w przypadku definiowania czasu wewnętrznego. Podstawowa różnica polega na tym, że pomiar poszczególnych wielkości fizycznych odpowiedzialnych za wyznaczanie upływu czasu związany jest z fundamentalnym ograniczeniem precyzji wynikającym z relacji nieoznaczoności. Co więcej, każdy pomiar zaburza badany układ, czyniąc odczyt (pomiar) coraz mniej rzetelnym. Włączenie do układu kolejnego zegara wykorzystującego pomiar innej wielkości fizycznej może być przeciwnie skuteczne, jeśli operator reprezentujący tę wielkość nie komutuje ze wzorcem czasu wcześniejszego zegara (Gnanapragasam, Srinivas 1979, Hauge, Støvneng 1989). Warto przy tym wziąć pod uwagę, że dla niektórych operacjonistów definicja czasu wewnętrznego może być argumentem na rzecz trzymania się pierwotnego stanowiska Bridgmana (1958), zgodnie z którym różne operacje pomiarowe definiują różne pojęcia. To podejście, związane z ogromnymi trudnościami praktycznymi, zostało odrzucone⁷. Niemniej odwołanie się do wskazań jednego zegara kwantowego jest najmniej kontrowersyjne z punktu widzenia operacjonizmu.

Poważne trudności operacjonizm napotyka w przypadku próby zdefiniowania czasu jako obserwabli reprezentowanej operatorem hermitowskim. Ze względów formalnych nie jest możliwe zdefiniowanie operatora czasu, więc nie jest on –

⁷Bardziej szczegółowy opis konsekwencji tego postulatu można znaleźć np. w (Róg 2023: 237-239).

zgodnie z postulatami mechaniki kwantowej – wielkością mierzalną⁸. Ponadto samo zdefiniowanie operatora jest niewystarczające do określenia laboratoryjnej procedury pomiaru, co nie jest jednak przeszkodą w odwołaniu się do działania operatora na funkcję falową jako operacji definiującej. Operacje typu *paper-and-pencil* uznane zostały przez Bridgmana (1954) za wystarczające do definiowania terminów naukowych, choć oczekiwał on jednocześnie, że w jakiś choćby niebezpieczny sposób będą miały związek z operacjami instrumentalnymi (pomiarami).

W przypadku konkretnych zjawisk kwantowych niekiedy definiuje się operatory czasu (np. operator czasu przelotu), ale nie spełniają one wszystkich postulatów mechaniki kwantowej, co czyni ich użycie mocno dyskusyjnym. Równocześnie takie pojęcia jak czas przelotu cząstki swobodnej definiuje się z użyciem właśnie tych operatorów.

Z punktu widzenia operacjonizmu definiowanie pojęć przez odwołanie się do operacji typu *paper-and-pencil* o dyskusyjnym statusie formalnym jest nieakceptowalne, bo nie gwarantuje stałości znaczeń tych pojęć mimo ich pozornego zdefiniowania na sposób operacyjny.

W Tabeli 1 zebrano omówione wcześniej elementy operacyjnej definicji czasu z podziałem na trzy role czasu wraz z oceną zgodności operacyjnego podejścia z formalizmem teorii.

rola	operacja definiująca	formalizm mechaniki kwantowej	zgodność definicji op. z teorią
czas zewnętrzny	pomiar zegarem laboratoryjnym	parametr	zgodna
czas wewnętrzny	wyznaczenie zegarem kwantowym	wiele zmiennych dynamicznych jako wzorce czasu	zgodna, różne relacje nieoznaczoności
obserwabela	użycie operatora czasu dla konkretnego układu	operator	brak zgodności

Tabela 1. Zgodność operacyjnych definicji czasu z formalizmem mechaniki kwantowej.

⁸Trwają próby złagodzenia kryterium hermitowskości, na przykład, na rzecz miary dodatnio określonych operatorów (tzw. POVM, Giannitrapani 1997).

3.3. ZWIĄZEK OPERACJI DEFINIUJĄCEJ Z TEORIA

Na przykładzie operacyjnej definicji czasu jako obserwabli można zatem wykazać, że jeden z postulatów operacjonizmu Bridgmana zawiera w sobie zasadę, której ta definicja nie może spełnić. Tą zasadą jest wymóg zgodności praktyki związanej z wyznaczaniem danej wielkości fizycznej (względnie wytworzeniem desygnatu) z formalizmem teorii, na której gruncie jest ona używana. Dla przykładu w ramach mechaniki Newtona pojęcie długości może odpowiadać pewnej procedurze przykładania linijki do krawędzi badanego ciała. Z kolei w szczególnej teorii względności każdy pomiar jest zrelatywizowany do konkretnego układu odniesienia, więc operacyjna definicja powinna ten fakt uwzględnić.

Oczekiwanie tej zgodności nie powinno zaskakiwać, ponieważ każdy eksperyment interpretowany jest w kontekście konkretnej teorii. Również samo nastawienie teoretyczne badacza nie jest obojętne dla sposobu przeprowadzania pomiarów (Lindsay 1937). Nie jest więc możliwe przeprowadzenie pomiaru i jego interpretacja w oderwaniu od teorii fizycznej.

Definicja czasu jako obserwabli nie jest zgodna w pełni z formalizmem mechaniki kwantowej, zatem nie będzie miała charakteru operacyjnego. W konsekwencji powstaje problem dotyczący tego, w jaki sposób pogodzić operacjonizm z mechaniką kwantową.

4. KOLEJNE ŹRÓDŁO KRYTYKI OPERACJONIZMU

Analiza operacyjnej definicji czasu w formalizmie mechaniki kwantowej ujawnia kolejne dwa problemy operacjonizmu. Są one ze sobą powiązane, ale tylko jeden z nich był dotychczas omawiany w literaturze, mianowicie podkreślany już wcześniej ścisły związek znaczenia jakiegoś pojęcia z teorią, w ramach której definiuje się to pojęcie na sposób operacyjny. Pominięto jednak wpływ tego związku na możliwość spełnienia wymogu wynikającego z kryterium demarkacyjnego.

4.1. ZWIĄZEK OPERACJI DEFINIUJĄCYCH Z TEORIA

Na pierwszy rzut oka mogłoby się wydawać, że pominięcie zasady dotyczącej związku operacji definiujących z teorią, w ramach której są one określone, nie czyni definicji *mniej operacyjną*, bo pozostaje ona opisem konkretnej procedury pomiarowej. Tyle tylko, że procedura ta ma sens wyłącznie w odniesieniu do teorii,

na której gruncie została sformułowana. Kontekst teoretyczny ma zatem kluczowe znaczenie, co jest często pomijane przez operacjonistów.

Skoro teorie naukowe, w tym fizyczne, podlegają zmianom i jedne teorie wypierają inne, to w takim razie tak samo znaczenie pojęć w sposób konieczny powinno ulegać zmianie. Definicja operacyjna, nawet bez zmiany sposobu, w jaki ją wyrażono, zmienia swe znaczenie, gdy jej użytkownik będzie ją interpretował w ramach innej teorii, niż ją pierwotnie sformułowano. Oznacza to, że definicja operacyjna pomijająca ramy teoretyczne, w których została zdefiniowana, nie gwarantuje stałości znaczeń terminów naukowych. Z tego względu za niewłaściwą należy uznać taką interpretację operacjonizmu, która odwołuje się wyłącznie do empirycznej strony definicji operacyjnej, pomijając zupełnie znaczenie ram teoretycznych. Co ciekawe, sam Bridgman był świadom wspomnianej zasady:

Ponieważ operacje Einsteina różniły się od naszych operacji [podanych] powyżej, jego „długość” [objektu] nie oznacza tego samego, co nasza „długość” (Bridgman 1958: 12).

Nie złagodziło to jednak jego stanowiska na temat tego, co jest synonimem definiowanego pojęcia:

Aby znaleźć długość przedmiotu, musimy wykonać pewną operację fizyczną. Pojęcie długości jest zatem ustalone, gdy operacje, za pomocą których długość jest mierzona, są ustalone: to znaczy, pojęcie długości obejmuje tyle i nic więcej niż zestaw operacji, za pomocą których długość jest określana (Bridgman 1958: 5).

Dla Bridgmana zatem teoria, na której gruncie formułowana jest definicja operacyjna, odgrywa drugorzędną rolę w kontekście znaczenia pojęć i jest istotna wyłącznie wtedy, gdy w jakiś sposób wpływa na dobór operacji definiujących. Pogląd ten spotkał się ze słuszną krytyką, na przykład ze strony Gilliesa:

Nasz główny punkt niezgody polega na tym, że uważamy, iż pojęcia nabierają znaczenia nie przez definicje operacyjne, ale ze względu na ich pozycję w teorii (Gillies 1972: 23).

Omówiona tu zasada dotycząca roli ram teoretycznych w definiowaniu operacyjnym, mimo pojawienia się w literaturze przedmiotu, nie doczekała się głębszej analizy. Wydaje się jednak, że pojęcie czasu obserwowalnego i problemy związane z jego definicją ukazują, że zasada ta nakłada ograniczenia na możliwe operacje mogące wchodzić w skład definicji operacyjnej. To ograniczenie nie było dotąd dyskutowane w literaturze przedmiotu i wymaga głębszej analizy.

4.2. UŻYWANIE POJĘĆ, KTÓRE NIE SĄ DEFINIOWALNE OPERACYJNIE

Analizując sposoby definiowania czasu w mechanice kwantowej, można dojść do wniosku, że w jednym przypadku definicja nie ma charakteru operacyjnego ze względu na brak zgodności z formalizmem teorii. Nie powstrzymuje to jednak fizyków przed używaniem tego pojęcia także w kontekście laboratoryjnym, na przykład gdy porównują statystykę rozkładu średniego czasu przelotu (czas rozumiany jako obserwabla) z faktycznym czasem detekcji cząstki⁹. To oznacza, że jeden z postulatów operacjonizmu, mianowicie kryterium demarkacyjne, nie jest spełniany. Oczywiście to, że jakaś zasada metodologiczna nie jest przestrzegana, nie przesądza o wartości całego kierunku, niemniej wskazuje to, że operacjonizm nie wyraża w pełni sposobu działania fizyków.

Możliwości wyjścia z tej trudności są dwie. Po pierwsze, można oczekiwać, że teoria niebawem zostanie rozwinięta i umożliwi poprawny sposób definicji czasu jako wielkości mierzalnej. W kontekście mechaniki kwantowej, także ze względu na potrzebę zdefiniowania operatora czasu, ciągle trwają prace nad sformułowaniem alternatywnego kryterium względem wymogu hermitowskości operatorów¹⁰. Po drugie, można przyjąć, że zadanie, które przed operacjonizmem postawił Bridgman, wyrażone w kryterium demarkacyjnym, jest zbyt ambitne i nie sposób spełnić go w praktyce. Może okazać się konieczne złagodzenie tego postulatu, choć kwestią otwartą pozostaje pytanie o to, co wtedy pozostanie z operacjonizmu i czy nie uniemożliwi to osiągnięcia innych jego celów.

Nie wybiegając w przyszłość tak daleko, można już teraz jednak wskazać, że próba operacyjnego zdefiniowania czasu w formalizmie nierelatywistycznej mechaniki kwantowej stawia wyzwanie operacjonizmowi, któremu jak się okazuje, nie sposób sprostać bez rezygnacji z jednego z jego fundamentalnych postulatów.

PODSUMOWANIE

Operacjonizm w ujęciu Bridgmana jest kierunkiem metodologicznym, który miał zagwarantować stałość znaczeń terminów naukowych. Dzięki operacyjnemu definiowaniu pojęć nauka miała stać się odporna na zmianę ich znaczeń bez względu

⁹Por. np. Ramos, Spierings, Racicot, Steinberg (2020).

¹⁰Por. np. A. Gózdź, M. Gózdź, Pędrak (2023).

na zmiany teorii, jak miało to miejsce w przypadku pojęć czasu i przestrzeni w obrębie najpierw mechaniki klasycznej, a potem szczególnej teorii względności.

W niektórych dyscyplinach naukowych operacjonizm szybko zyskał popularność, podczas gdy w innych krytyka wymusiła jego wolniejszą adaptację. Przykładem tego ostatniego może być wzrost znaczeń operacji typu *paper-and-pencil* ze względu na konieczność uwzględnienia praktyki działania matematyków czy fizyków teoretycznych. Z powodu tych zmian i *lokalnych dostosowań* w poszczególnych dyscyplinach nie jest prosto scharakteryzować współczesny kierunek operacyjny, czego nie ułatwiają sami fizycy, niekoniecznie trzymający się sztywnych norm metodologicznych. W pracy przyjąłem, że operacjonizm charakteryzują dwa główne postulaty, które mimo ewolucji poglądów operacjonistów łączą współczesne odmiany operacjonizmu z pierwotnymi intencjami twórcy. Po pierwsze, operacjoniści uważają, że operacje są synonimami pojęć, a po drugie oczekują, że każdy termin naukowy został zdefiniowany operacyjnie.

Tak zarysowany program operacyjny napotyka duży problem przy próbie zdefiniowania czasu w formalizmie mechaniki kwantowej. W celu omówienia tego problemu, podążając za Buschem, zaproponowano trzy definicje czasu, tj. jako wielkości mierzonej zegarem laboratoryjnym, jako synonimu zmiany innej wielkości fizycznej oraz jako tego, co jest reprezentowane odpowiednim operatorem. O ile dwa pierwsze ujęcia nie stanowią problemu z punktu widzenia operacyjnego, o tyle trzeci jest niezgodny z paradygmatem operacyjnym. Wynika to z tego, że operacyjna definicja czasu jako obserwabli odwołuje się do działania operatorem czasu, który nie jest możliwy do zdefiniowania w formalizmie teorii kwantowej. Choć w niektórych przypadkach możliwe jest zdefiniowanie jednostkowego operatora czasu (tzn. mającego zastosowanie tylko w tym konkretnym przypadku), to zawsze związane jest to z rezygnacją z któregoś z postulatów mechaniki kwantowej, co samo w sobie jest dyskusyjne. Mimo to pojęcie czasu obserwowalnego pozostaje w użyciu.

Ten fakt ukazuje dwie problematyczne kwestie związane z operacjonizmem Bridgmana. Po pierwsze, nie opisuje dokładnie praktyki działania fizyków. Choć można bronić operacjonizmu, twierdząc, że użycie pojęcia obserwowalnego czasu jest niewłaściwe i nie powinno mieć miejsca, to jednak motywacją Bridgmana było opisanie sposobu postępowania fizyków. Mechanika kwantowa, ze swoją nieoczywistością i formalizmem różnym od formalizmu mechaniki klasycznej, jest teorią, w której pojęcia są zdefiniowane w sposób problematyczny do wyjaśnienia przez pierwotnie zaproponowany operacjonizm. Po drugie, próba definicji obser-

wowalnego czasu ukazuje znaczenie teoretycznych ram, w których operacja definiująca ma być przeprowadzona. Ten aspekt był wcześniej omawiany w literaturze przedmiotu, lecz wyłącznie w odniesieniu do operacji instrumentalnych i w ograniczonym zakresie. Związek między teorią a definicją operacyjną, z uwzględnieniem operacji *paper-and-pencil*, wymaga dalszych badań. Mimo to już teraz można stwierdzić, że próba zdefiniowania czasu w kontekście kwantowo-mechanicznym stawia przed operacjonizmem wymagania, których ten nie może spełnić. Otwartą kwestią pozostaje to, w jaki sposób go zmodyfikować, aby uwzględnić specyfikę mechaniki kwantowej. To zadanie powinno być kolejnym krokiem w rozwoju operacjonizmu.

BIBLIOGRAFIA

- Aharonov Y., Bohm D. (1961), *Time in the Quantum Theory and the Uncertainty Relation for Time and Energy*, „Physical Review D” 122(1), 1649–1658. <https://doi.org/10.1103/PhysRev.122.1649>
- Aharonov Y., Oppenheim J., Popescu S., Reznik B., Unruh W. (1998), *Measurement of Time of Arrival in Quantum Mechanics*, „Physical Review A” 57(6), 4130–4139. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.57.4130>
- Anderson E. (2017), *The Problem of Time: Quantum Mechanics Versus General Relativity*, Cham: Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-58848-3>
- Bauer M. (1983), *A Time Operator in Quantum Mechanics*, „Annals of Physics” 150(1), 1–21. [https://doi.org/0003-4916\(83\)90002-7](https://doi.org/0003-4916(83)90002-7)
- Bridgman P. W. (1954), *Remarks on the Present State of Operationalism*, „The Scientific Monthly” 79(4), 224–226.
- Bridgman P. W. (1958), *The Logic of Modern Physics*, New York: The Macmillan Company.
- Bridgman P. W. (1959a), *P. W. Bridgman’s „The Logic of Modern Physics” after Thirty Years*, „Daedalus” 88(3), 518–526.
- Bridgman P. W. (1959b), *The Way Things Are*, Cambridge, Mass.: Harvard University Press.
- Busch P. (2008), *The Time–Energy Uncertainty Relation*, [w:] *Time in Quantum Mechanics*, J. G. Muga, R. Sala Mayato, Í. L. Egusquiza (red.), Berlin–Heidelberg: Springer, 73–105. https://doi.org/10.1007/978-3-540-73473-4_3

- Busch P., Grabowski M., Lahti P. J. (2009), *Operational Quantum Physics*, Berlin–Heidelberg: Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-540-49239-9>
- Das S., Struyve W. (2021), *Questioning the Adequacy of Certain Quantum Arrival-Time Distributions*, „Physical Review A” 104(042214), 1–7. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.104.042214>
- Delgado V., Muga J. G. (1997), *Arrival Time in Quantum Mechanics*, „Physical Review A – Atomic, Molecular, and Optical Physics” 56(5), 3425–3435. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.56.3425>
- Egusquiza Í. L., Muga J. G., Baute A. D. (2008), „Standard Quantum-Mechanical Approach to Times of Arrival”, [w:] *Time in Quantum Mechanics*, J. G. Muga, R. S. Mayato, Í. L. Egusquiza (red.), Berlin–Heidelberg: Springer, 305–332. https://doi.org/10.1007/978-3-540-73473-4_10
- Field G. E. (2022), *On the Status of Quantum Tunnelling Time*, „European Journal for Philosophy of Science” 12(4), 1–30. <https://doi.org/10.1007/s13194-022-00483-9>
- Galapon E. A. (2002a), *Pauli’s Theorem and Quantum Canonical Pairs: The Consistency of a Bounded, Self-adjoint Time Operator Canonically Conjugate to a Hamiltonian with Non-empty Point Spectrum*, „Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences” 458(2018), 451–472. <https://doi.org/10.1098/rspa.2001.0874>
- Galapon E. A. (2002b), *Self-adjoint Time Operator is the Rule for Discrete Semi-bounded Hamiltonians*, „Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences” 458(2027), 2671–2689. <https://doi.org/10.1098/rspa.2002.0992>
- Giannitrapani R. (1997), *Positive-Operator-Valued Time Observable in Quantum Mechanics*, „International Journal of Theoretical Physics” 36, 1575–1584. <https://doi.org/10.1007/BF02435757>
- Gillies D. A. (1972), *Operationalism*, „Synthese” 25, 1–24. <https://doi.org/10.1007/BF00484997>
- Gisin N., Cruzeiro E. Z. (2018), *Quantum Measurements, Energy Conservation and Quantum Clocks*, „Annalen der Physik” 530(6), 1–10. <https://doi.org/10.1002/andp.201700388>
- Gnanapragasam B., Srinivas M. (1979), *Uncertainty Relation for Successive Measurements*, „Pramana” 12, 699–705. <https://doi.org/10.1007/BF02846858>
- Gózdź A., Gózdź M., Peđrak A. (2023), *Quantum Time and Quantum Evolution*, „Universe” 9(6), 1–31. <https://doi.org/10.3390/universe9060256>

- Grace R. C. (2001), *On the Failure of Operationism*, „Theory & Psychology” 11(1), 5–33.
- Grot N., Rovelli C., Tate R. S. (1996), *Time-of-Arrival in Quantum Mechanics*, „Physical Review A – Atomic, Molecular, and Optical Physics” 54(6), 4676–4690. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.54.4676>
- Halvorson H. (2010), *Does Quantum Theory Kill Time?*, <https://philarchive.org/archive/HALDQT>
- Hauge E., Støvneng J. (1989), *Tunneling Times: A Critical Review*, „Reviews of Modern Physics” 61(4), 917–936. <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.61.917>
- Hilgevoord J. (2002), *Time in Quantum Mechanics*, „American Journal of Physics” 70(3), 301–306. <https://doi.org/10.1119/1.1430697>
- Horwitz L. P. (2006), *On the Significance of a Recent Experiment Demonstrating Quantum Interference in Time*, „Physics Letters A” 355(1), 1–6. <https://doi.org/10.1016/j.physleta.2006.01.097>
- Kijowski J. (1974), *On the Time Operator in Quantum Mechanics and the Heisenberg Uncertainty Relation for Energy and Time*, „Reports on Mathematical Physics” 6(3), 361–386. [https://doi.org/10.1016/S0034-4877\(74\)80004-2](https://doi.org/10.1016/S0034-4877(74)80004-2)
- Koch S. (1992), *Psychology’s Bridgman vs Bridgman’s Bridgman*, „Theory & Psychology” 2(3), 261–290. https://doi.org/10.1007/978-3-663-11198-6_8
- Kochański P., Wódkiewicz K. (1999), *Operational Time of Arrival in Quantum Phase Space*, „Physical Review A” 60(4), 2689–2699. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.60.2689>
- Leavens C. R. (2002), *On the “Standard” Quantum Mechanical Approach to Times of Arrival*, „Physics Letters A” 303(2-3), 154–165. [https://doi.org/10.1016/S0375-9601\(02\)01239-2](https://doi.org/10.1016/S0375-9601(02)01239-2)
- Lindsay R. B. (1937), *A Critique of Operationalism in Physics*, „Philosophy of Science” 4(4), 456–470. <https://doi.org/10.1086/286477>
- Mandelstam L., Tamm I. (1991), *The Uncertainty Relation Between Energy and Time in Non-relativistic Quantum Mechanics*, [w:] *Selected Papers*, B. Bolotovskii, V. Frenkel, R. Peierls (red.), Berlin–Heidelberg: Springer, 115–123. https://doi.org/10.1007/978-3-642-74626-0_8
- Muga J. G., Leavens C. R. (2000), *Arrival Time in Quantum Mechanics*, „Physics Report” 338(4), 353–438. [https://doi.org/10.1016/S0370-1573\(00\)00047-8](https://doi.org/10.1016/S0370-1573(00)00047-8)

- Muga J. G., Leavens C. R., Palao J. (1998), *Space-Time Properties of Free-Motion Time-of-Arrival Eigenfunctions*, „Physical Review A” 58(6), 4336. <https://doi.org/10.1103/physreva.58.4336>
- Pauli W. (1980), *General Principles of Quantum Mechanics*, Berlin–Heidelberg: Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-61840-6>
- Peres A. (1980), *Measurement of Time by Quantum Clocks*, „American Journal of Physics” 48(7), 552–557. <https://doi.org/10.1119/1.12061>
- Przełęcki M. (1955), *O tzw. definicjach operacyjnych*, „Studia Logica: An International Journal for Symbolic Logic” 3, 125–183.
- Ramos R., Spierings D., Racicot I., Steinberg A. (2020), *Measurement of the Time Spent by a Tunnelling Atom within the Barrier Region*, „Nature” 583(7817), 529–532. <https://doi.org/10.1038/s41586-020-2490-7>
- Razavy M. (1971), *Time of Arrival Operator*, „Canadian Journal of Physics” 49(24), 3075–3081. <https://doi.org/10.1139/p71-367>
- Ribes-Iñesta E. (2003), *What Is Defined in Operational Definitions? The Case of Operant Psychology*, „Behavior and Philosophy” 31(2003), 111–126.
- Robertson H. P. (1929), *The Uncertainty Principle*, „Physical Review” 34, 163–164. <https://doi.org/10.1103/PhysRev.34.163>
- Róg J. (2023), *Krytyka operacjonizmu z uwzględnieniem operacyjnej definicji czasu*, „Roczniki Filozoficzne” 71(3), 231–250. <https://doi.org/10.18290/rf23713.11>
- Stevens S. S. (1935), *The Operational Definition of Psychological Concepts*, „Psychological Review” 42(6), 517–527. <https://doi.org/10.1037/h0056973>
- Vessonen E. (2021), *Respectful Operationalism*, „Theory & Psychology” 31(1), 84–105.
- Wang Z.-Y., Chen B., Xiong C.-D. (2003), *Time in Quantum Mechanics and Quantum Field Theory*, „Journal of Physics A: Mathematical and General” 36(18), 5135–5148. <https://doi.org/10.1088/0305-4470/36/18/317>
- Wang Z.-Y., Xiong C.-D. (2007), *How to Introduce Time Operator*, „Annals of Physics” 322(10), 2304–2314. <https://doi.org/10.1016/j.aop.2006.10.007>
- Werner R. (1987), *Arrival Time Observables in Quantum Mechanics*, „Annales de l’Institut Henri Poincaré série A – physique théorique” 47(4), 429–449.